

เฉลยชุดข้อสอบ : กลศาสตร์ของไหล ชุดที่ 1

ข้อที่ 1

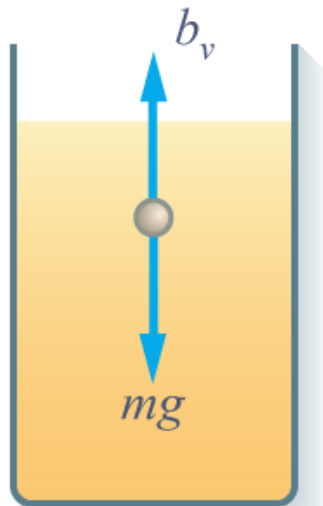
ตอบ 1.4 กรัม

เนื่องจากวัตถุลอยอยู่ในน้ำเป็นผลมาจากแรงลอยตัว F_γ เพียงอย่างเดียว

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= 0 \\ mg &= F_\gamma \\ m &= \frac{F_\gamma}{g} \\ m &= \frac{\gamma L}{g} \\ &= \frac{(0.070)(4)(5 \times 10^{-2})}{10} \\ &= 1.4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ \therefore m &= 1.4 \text{ g} \end{aligned}$$

ข้อที่ 2

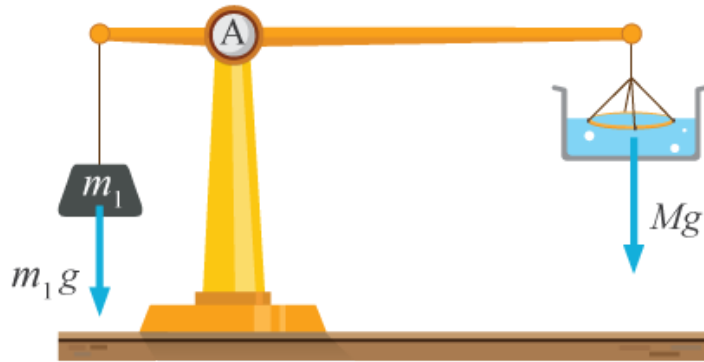
ตอบ ช่วง a ถึง b มีความเร่ง(สำหรับมวลน้อยหน่อย) ต่อจากนั้นจะมีความเร็วคงตัว และช่วง a ถึง c มีความเร่ง(สำหรับมวลเยอะหน่อย) ต่อจากนั้นจะมีความเร็วคงตัว



เมื่อมีปปล่อยให้วัตถุลงในกระบอกที่บรรจุด้วยน้ำมัน ในช่วงแรกวัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a เนื่องจากมีแรงโน้มถ่วงกระทำ แต่ความเร่งดังกล่าวจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องจากแรงต้านของน้ำมันที่กระทำกับวัตถุ จนกระทั่งความเร่งของวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ $a = 0$ ทำให้วัตถุมีความเร็วคงที่ในช่วงท้ายของการเคลื่อนที่

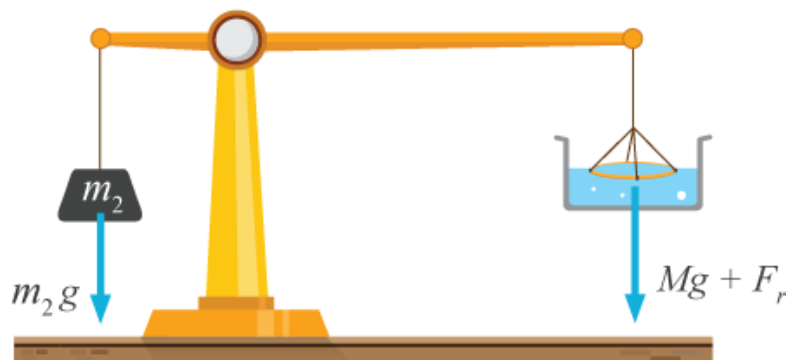
ข้อที่ 3

ตอบ 0.063 นิวตัน/เมตร
เรื่อง คานและแรงดึงผิว



ตอนแรก พิจารณามวลของเส้นลวด M เมื่อนำมวลขนาด $m_1 = 50$ g มาแขวน เนื่องจากเส้นลวดยังไม่พ้นจากผิวน้ำดังนั้นแรงที่กระทำด้านขวามีถึงมีแรง เนื่องจากมวลของเส้นลวดเท่านั้น จากสมดุลโมเมนต์รอบจุดหมุน A จะได้

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ (m_1 g) l_1 &= (M g) l_2 \\ \left(\frac{50}{1000} \right) (1) &= M(4) \\ \therefore M &= \left(\frac{12.5}{1000} \right) \text{ N} \end{aligned}$$



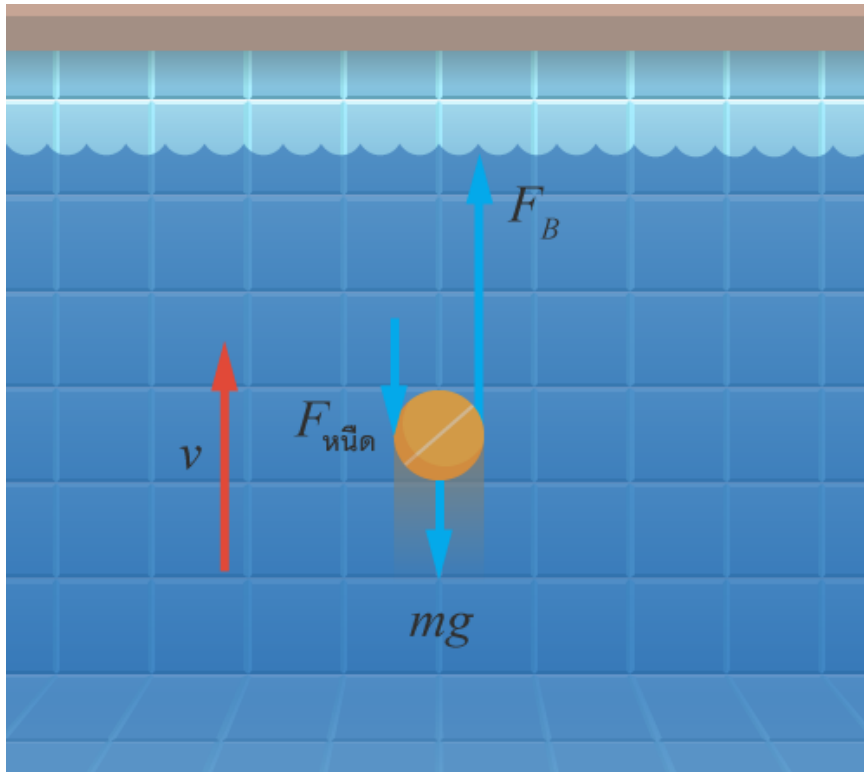
ถัดมา พิจารณาหาแรงดึงผิวที่น้ำทำกับเส้นลวด F_γ โดยโจทย์กำหนดว่าต้องใช้มวล $m_2 = 62.5$ g ลวดจึงพ้นน้ำพอดี ดังนั้นเมื่อพิจารณาสมดุลโมเมนต์รอบจุดหมุน A จะได้

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ (m_2 g) l_1 &= (M g) l_2 + F_\gamma l_2 \\ \left(\frac{62.5}{1000} \right) (1)(10) &= \left(\frac{12.5}{1000} \right) (10)(4) + (\gamma)(2L)(4) \\ 12.5 \times 10^{-2} &= 8(\gamma)(25 \times 10^{-2}) \\ \therefore \gamma &= 0.063 \text{ N/m} \end{aligned}$$

ข้อที่ 4

ตอบ อัตราเร็วกำลังเพิ่ม อัตราเร่งกำลังลด
เรื่อง ของไหล

ลูกปิงปองกำลังลอยขึ้นจากกันสระ จะมีแรงต่างๆ มากกระทำ ดังรูป



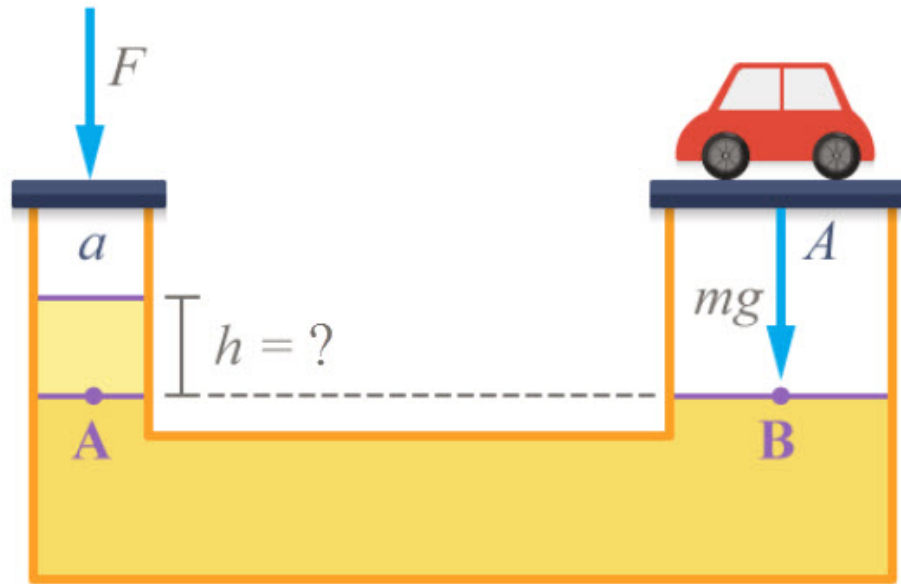
จากรูป ลูกปิงปองลอยขึ้น เนื่องจากแรงลอยตัว (F_B) แต่มีแรงต้านการเคลื่อนที่ 2 แรง คือ น้ำหนัก (mg) และ แรงหนืด ($F_{\text{หนืด}}$) และเนื่องจาก ลูกปิงปองกำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยอัตราเร็วไม่คงที่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\Sigma F &= ma \\ F_B - mg - F_{\text{หนืด}} &= ma \\ \therefore a &= \frac{F_B - mg - F_{\text{หนืด}}}{m}\end{aligned}$$

พบว่า ความเร่ง (a) จะขึ้นกับ F_B , mg และ $F_{\text{หนืด}}$ โดย F_B และ mg จะคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ ในขณะที่ $F_{\text{หนืด}}$ จะเพิ่มขึ้นตามอัตราเร็ว ในขณะที่เคลื่อนที่ขึ้น อัตราเร็วมากขึ้น จึงทำให้ $F_{\text{หนืด}}$ เพิ่มขึ้น และจากสมการ $a = \frac{F_B - mg - F_{\text{หนืด}}}{m}$ พบว่า เมื่อ $F_{\text{หนืด}}$ เพิ่มขึ้น จะทำให้ a ลดลง ดังนั้น ในขณะที่ลูกปิงปองกำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยอัตราเร็วไม่คงที่ อัตราเร็วกำลังเพิ่มขึ้น อัตราเร่งกำลังลดลง

ข้อที่ 5

ตอบ 250 cm



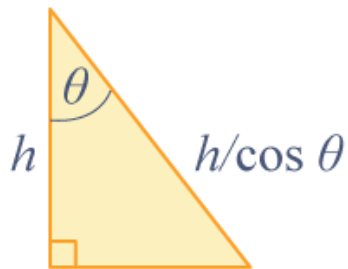
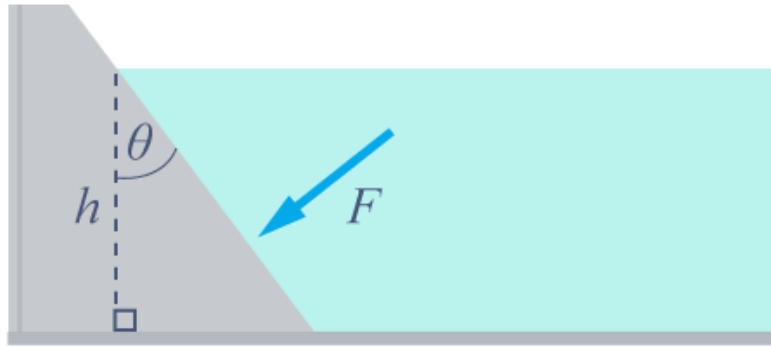
จากโจทย์ น้ำมันมีความหนาแน่น $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ พื้นที่ของลูกสูบใหญ่เป็น $A = 1200 \text{ cm}^2 = 0.12 \text{ m}^2$ พื้นที่ของลูกสูบเล็กเป็น $a = 30 \text{ cm}^2 = 30 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ต้องการยกรถยนต์มวล $m = 1500 \text{ kg}$ แรงที่ใช้กดมีค่าเป็น $F = 300 \text{ N}$

จากกฎของปาสกาล เราได้ว่าความดันที่จุด A และ B มีค่าเท่ากัน เราสามารถหาแรงกดบนลูกสูบเล็กได้ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 P_A &= P_B \\
 \frac{F}{a} + \rho gh &= \frac{mg}{A} \\
 h &= \frac{1}{\rho g} \left(\frac{mg}{A} - \frac{F}{a} \right) \\
 &= \frac{1}{(1000 \text{ kg/m}^3)(10 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{(1500 \text{ kg})(10 \text{ m/s}^2)}{0.12 \text{ m}^2} - \frac{300 \text{ N}}{30 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \right) \\
 &= 2.5 \text{ m} \\
 \therefore h &= 250 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

ข้อที่ 6

ตอบ $\sqrt{\frac{2F \cos \theta}{\rho g \ell}}$



จากสมการคำนวณหาแรงดันที่กระทำต่อเขื่อน

$$\begin{aligned}
 F &= P_{CM} A \\
 &= \rho g h_{CM} A \\
 &= \rho g \left(\frac{h}{2} \right) \left(\frac{h}{\cos \theta} \ell \right) \\
 F &= \frac{\rho g h^2 \ell}{2 \cos \theta} \\
 h^2 &= \frac{2F \cos \theta}{\rho g \ell} \\
 \therefore h &= \sqrt{\frac{2F \cos \theta}{\rho g \ell}}
 \end{aligned}$$

ข้อที่ 7

ตอบ 56%
แรงดันของน้ำที่กระทำต่อเขื่อนเป็นไปตามสมการ

$$F = \frac{1}{2} \rho g L H^2$$

เมื่อ

L คือความกว้างของเขื่อน

H คือความลึกของน้ำ

ρ คือความหนาแน่นของน้ำ

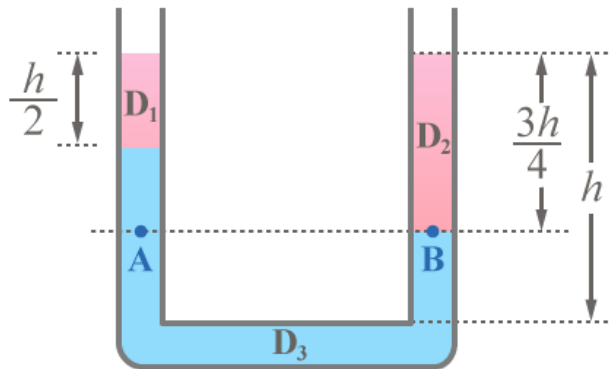
น้ำเหนือเขื่อนเพิ่มขึ้นจาก 8 เมตร เป็น 10 เมตร โดยกำหนดให้ $F_1 = 100\%$ เราสามารถหาแรงที่เพิ่มขึ้น (ΔF) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{F_2}{F_1} &= \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 \\ F_2 &= \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^2 \times F_1 \\ &= \left(\frac{10}{8}\right)^2 \times 100 \\ F_2 &= 156.25\% \\ \therefore \Delta F &= F_2 - F_1 = 156.25 - 100 = 56.25\%\end{aligned}$$

ข้อที่ 8

ตอบ 4 เท่าของ D_1

เรื่อง ของไหล



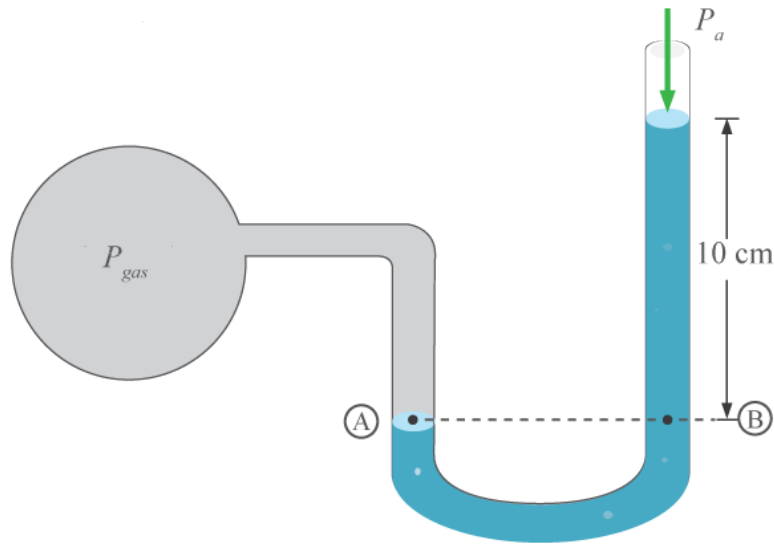
จากรูป ให้กำหนดตำแหน่งที่ระดับความลึกเท่ากัน นั่นคือ ตำแหน่ง A และ B ที่ตำแหน่งทั้งสองนี้ ความดันจะเท่ากัน จากสมการ

$$\begin{aligned}P_A &= P_B \\ D_1gh_1 + D_3gh_3 &= D_2gh_2 \\ D_1\left(\frac{h}{2}\right) + D_3\left(h - \frac{3h}{4}\right) &= 2D_1\left(\frac{3h}{4}\right) \quad \therefore D_2 = 2D_1 \\ D_3\left(\frac{h}{4}\right) &= D_1\left(\frac{3h}{2} - \frac{h}{2}\right) \\ \therefore D_3 &= 4D_1\end{aligned}$$

ดังนั้น D_3 จึงเป็น 4 เท่าของ D_1

ข้อที่ 9

ตอบ 860 mmHg



พิจารณาที่ตำแหน่ง A และ B จะมีความดันเท่ากัน

$$P_A = P_B$$

$$P_{gas} = P_{ปรอท} + P_a$$

ความดันบรรยากาศ $P_a = 1.01 \times 10^5$ Pa คือ ความดันที่ทำให้ปรอทสูงขึ้น 76 cm หรือ $P_a = 76$ cmHg และความดันอันเนื่องมาจากความลึกของปรอท จะมีค่าเท่ากับ $P_{ปรอท} 10$ cmHg
 ดังนั้น ความดันของแก๊สในถังจะมีค่าเป็น

$$P_{gas} = 10 \text{ cmHg} + 76 \text{ cmHg}$$

$$= 86 \text{ cmHg}$$

$$\therefore P_{gas} = 860 \text{ mmHg}$$

ข้อที่ 10

ตอบ 100 กิโลนิวตัน

จากโจทย์ ต้องการให้เกิดแรงกดที่ลูกสูบ (F_p) = 1,000 kN โดย พื้นที่หน้าตัดของลูกสูบ (A_p) = A และ พื้นที่หน้าตัดของกระบอกสูบ (A_c) = $\frac{A}{10}$

เนื่องจากเป็นเครื่องมือไฮดรอลิกส์ อัตราส่วนระหว่างแรงของกระบอกสูบ (F) กับแรงที่กดลูกสูบ (F_p) จะเท่ากับ อัตราส่วนระหว่างพื้นที่กระบอกสูบ (A_c) กับ พื้นที่หน้าตัดของลูกสูบ (A_p) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

อัตราส่วนแรงกด = อัตราส่วนพื้นที่

$$\frac{F}{F_p} = \frac{A_c}{A_p}$$

$$\frac{F}{1,000} = \frac{\frac{A}{10}}{A}$$

$$F = \frac{\frac{A}{10}}{A} \times 1,000$$

$$\therefore F = 100 \text{ kN}$$

ข้อที่ 11

ตอบ $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
พิจารณาจากสมการ

$$P = \rho gh + P_0$$

เทียบกับสมการเส้นตรง

$$y = mx + c$$

เมื่อเขียนกราฟระหว่างความดัน P และ ความลึก h จะเห็นว่า P_0 เทียบกับจุดตัดแกน y ซึ่งจากกราฟในโจทย์ จะได้ว่า $P_0 = 0$ และ ปริมาณ ρg เทียบได้กับความชันของกราฟ ดังนั้นเราสามารถหาความหนาแน่นของของเหลว (ρ) ได้จาก

$$\begin{aligned}\rho g &= \text{slope} \\ \rho &= \frac{\text{slope}}{g} \\ &= \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \left(\frac{1}{g} \right) \\ &= \left(\frac{(3 - 0) \times 10^5 \text{ N/m}^2}{30 - 0 \text{ m}} \right) \left(\frac{1}{10 \text{ m/s}^2} \right) \\ \therefore \rho &= 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3\end{aligned}$$

ดังนั้น ความหนาแน่นของของเหลวมีค่าเป็น $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

ข้อที่ 12

ตอบ $M_1 = \frac{M_2}{2} = \frac{M_3}{3}$

เรื่อง ความดัน

ความดันของของไหลชนิดเดียวกันที่ระดับความสูงเดียวกันจะมีความดันเท่ากัน ดังนั้น

$$P_1 = P_2 = P_3$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างแรง F กับความดัน P

$$P = \frac{F}{A}$$

จะได้ว่า

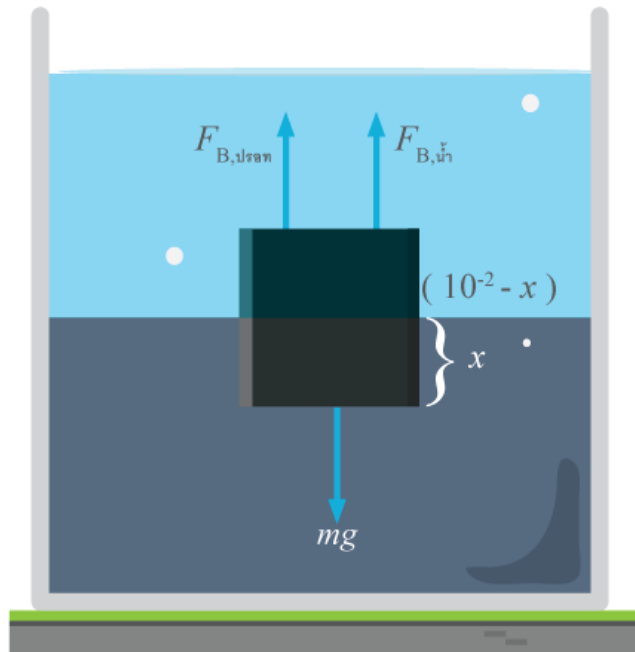
$$\begin{aligned}\frac{F_1}{A_1} &= \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_3}{A_3} \\ \frac{M_1 g}{A} &= \frac{M_2 g}{2A} = \frac{M_3 g}{3A} \\ \therefore M_1 &= \frac{M_2}{2} = \frac{M_3}{3}\end{aligned}$$

ข้อที่ 13

ตอบ 5.3 mm

กำหนดให้วัตถุจมลงในปรอทเป็นระยะ x และพื้นที่หน้าตัดของวัตถุทรงลูกบาศก์เป็น A ดังนั้น ปริมาตรของวัตถุที่ไปแทนที่ปรอทจะเป็น $V_{\text{ปรอท}} = Ax$ ปริมาตรของวัตถุจะเป็น $V = (10^{-2})A$ และปริมาตรของวัตถุที่ไปแทนที่น้ำจะเป็น

$$V_{\text{น้ำ}} = A(10^{-2} - x)$$



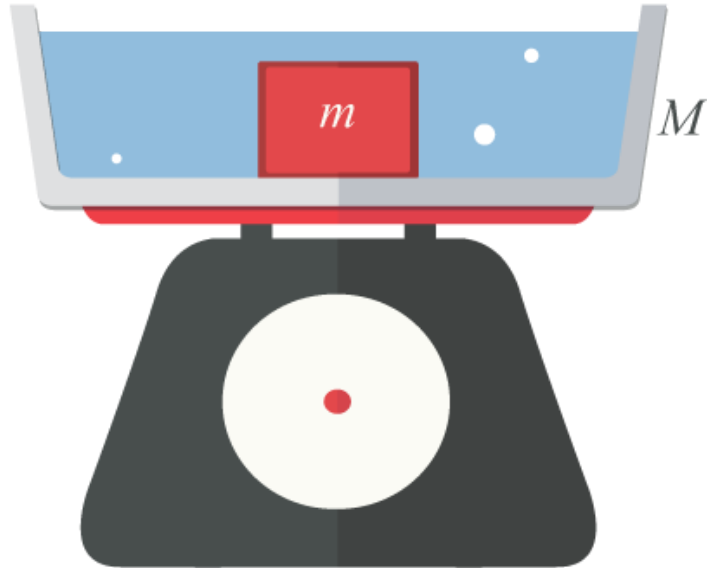
จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= 0 \\ F_{B,ปรอท} + F_{B,น้ำ} - mg &= 0 \\ F_{B,ปรอท} + F_{B,น้ำ} &= mg \\ \rho_{ปรอท}V_{ปรอท}g + \rho_{น้ำ}V_{น้ำ}g &= \rho_{วัตถุ}Vg \\ \rho_{ปรอท}V_{ปรอท} + \rho_{น้ำ}V_{น้ำ} &= \rho_{วัตถุ}V \\ \rho_{ปรอท}Ax + \rho_{น้ำ}A(10^{-2} - x) &= \rho_{วัตถุ}(10^{-2}A) \\ \rho_{ปรอท}x + \rho_{น้ำ}(10^{-2} - x) &= \rho_{วัตถุ}(10^{-2}) \\ \rho_{ปรอท}x - \rho_{น้ำ}x &= \rho_{วัตถุ}(10^{-2}) - \rho_{น้ำ}(10^{-2}) \\ x(\rho_{ปรอท} - \rho_{น้ำ}) &= 10^{-2}(\rho_{วัตถุ} - \rho_{น้ำ}) \\ x &= 10^{-2} \frac{\rho_{วัตถุ} - \rho_{น้ำ}}{\rho_{ปรอท} - \rho_{น้ำ}} \\ &= 10^{-2} \frac{7700 - 1000}{13600 - 1000} \\ &= 5.3 \times 10^{-3} \text{ m} \\ \therefore x &= 5.3 \text{ mm} \end{aligned}$$

ข้อที่ 14

ตอบ $(M + m)g$

อาจเขียนกราฟแสดงผลสุดท้ายเมื่อวัตถุ มวล m จมลงในภาคน้ำ ซึ่งตั้งบนตาชั่งดังนี้



กรณีนี้แป้นชั่งน้ำหนักได้รับแรงเนื่องจากน้ำหนักของมวลน้ำ (M) และวัตถุมวล m ในที่นี้ผลงน้ำหนักรวมสามารถหาได้จาก

$$\begin{aligned} W &= Mg + mg \\ &= (M + m)g \end{aligned}$$

หมายเหตุ กรณีนี้ไม่คิดแรงลอยตัว เพราะวัตถุจม

ข้อที่ 15

ตอบ $\rho_{\text{air}} - \frac{2M}{V}$

เรื่อง ของไหล

ลูกบอลลูนมีมวล $2M$ และมีปริมาตร V บรรจุอากาศร้อนความหนาแน่น ρ โดยอากาศภายนอกบอลลูนมีความหนาแน่น ρ_{air}

$$\text{แรงลอยตัว} = \rho_{\text{air}} V g$$

$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักทั้งหมดของบอลลูน} &= \text{น้ำหนักบอลลูน} + \text{น้ำหนักอากาศร้อน} \\ &= 2Mg + \rho V g \end{aligned}$$

บอลลูนลอยได้พอดี แสดงว่า แรงลอยตัว (F_B) เท่ากับน้ำหนักทั้งหมดของบอลลูน (W) ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} F_B &= W \\ \rho_{\text{air}} V g &= 2Mg + \rho V g \\ \therefore \rho &= \rho_{\text{air}} - \frac{2M}{V} \end{aligned}$$